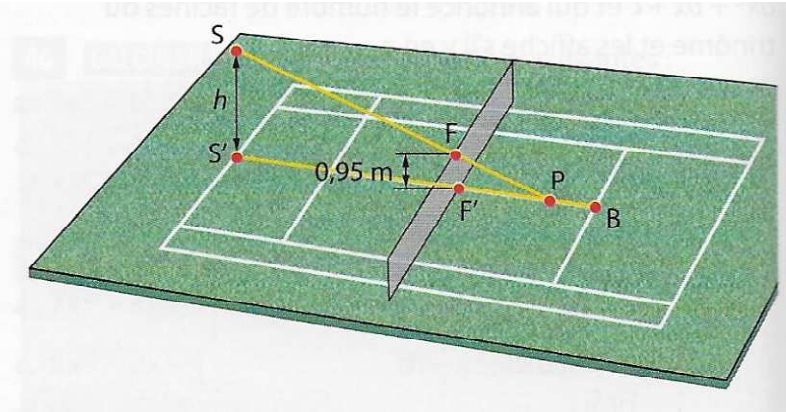
1°S **MATHS et SPORTS**

Exercice 1 : Le service au tennis

Chapitre 3 : Equations du second degré

On modélise de façon simplifiée un service effectué par une joueuse située en S', qui frappe la balle en S, perpendiculairement au filet. La longueur du rectangle de service est F'B=6.4 m et S'F'=11.885 m. Dans un repère d'origine S', d'axe des abscisses (S'F') et d'axe des ordonnées (S'S) et d'unité 1 m, la trajectoire de la balle est une partie d'une parabole P. La joueuse frappe la balle avec une vitesse de 163 km.h^{-1} à une hauteur h=2.67 m avec un angle α par rapport à l'horizontale.



Dans chacun des 2 cas, la balle passe-t-elle au-dessus du filet ? Si oui, arrive-t-elle dans le rectangle de service ?

a. Si α=5° alors l'équation de P est : $y = 2.67 - 0.087x - 0.0024x^2$
b. Si α=6.5° alors l'équation de P est : $y = 2.67 - 0.114x - 0.0024x^2$

Exercice 2 : Coupes du monde de football 2010 et 2014

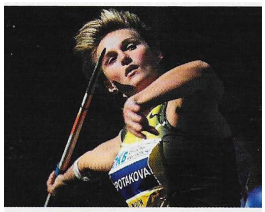
Chapitre 2 : Statistiques

Le fichier donne les résultats des matchs joués lors des coupes de monde de football de 2010 et 2014 .

1. Déterminer la médiane, écart interquartile, moyenne et écart-type de la série statistique associée à la variable « nombre de buts marqués lors d'une rencontre » pour chaque coupe du monde en 2010 et 2014.
2. De même que l'on définit les quartiles Q_1 et Q_3 d'une série statistique, on définit les déciles D_1 et D_9
   a. Donner les définitions de D_1 et D_9 et les déterminer pour chaque série.
   b. Tracer les diagrammes en boîte des 2 séries, en prenant comme valeurs extrêmes les valeurs de D_1 et D_9
3. Que pouvez-vous conclure sur ces deux séries ?

Exercice 3 : Lancer du javelot

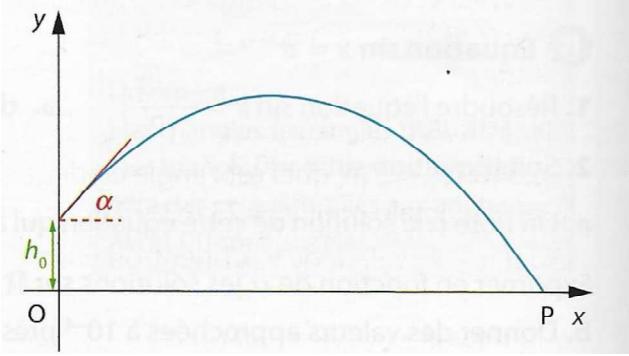
Chapitre 5 : Trigonométrie



Lors des jeux olympiques de Pékin, en août 2008, Barbora Špotakovà (République Tchèque) a remporté la médaille d'or du lancer de javelot avec un jet à 71.42 m. Après une course d'élan, le javelot est lancé avec une vitesse initiale et un angle avec l'horizontale dépendant du geste sportif. Différents facteurs influent alors sur la trajectoire du javelot : la pesanteur, la résistance de l'air, le vent … Dans cet exercice, nous négligerons la résistance de l'air et nous supposerons qu'il n'y a pas de vent.

A. Nature de la trajectoire

On se place dans le plan de la trajectoire. On choisit un repère orthonormé (O,I,J) tel que OI=OJ=1 m. L'axe (OI) est horizontal au niveau du sol et l'axe (OJ) est vertical dirigé vers le haut et passant par le centre d'inertie G du javelot au moment où celui-ci est lancé. A l'instant t =0, on note h_0 la hauteur en m du point G, α l'angle initial du javelot avec l'horizontale $\left(\alpha \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right[\right)$ et v_0 la vitesse en m.s^{-1}. On note x et y les coordonnées de G à l'instant t.



On démontre en cours de Sciences-Physiques que :

$$\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + h_0 \end{cases}$$ où g est l'accélération de la pesanteur, $g \approx 9.81\text{m.s}^{-2}$.

1. Montrer que G appartient à la courbe d'équation : $y = -\frac{g}{2v_0{}^2\cos^2\alpha}x^2 + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}x + h_0$.
2. En déduire la nature de cette courbe.

B. Portée du lancer

On appelle portée du lancer, la distance OP obtenue quand l'objet retombe à terre.

1. a. On pose $a = \frac{v_0{}^2}{g}$.Montrer que OP est la solution positive de l'équation du 2° degré :

$$-\frac{1}{2a\cos^2\alpha}x^2 + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}x + h_0 = 0.$$

b. Vérifier que $OP = a\cos\alpha\left(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + \frac{2h_0}{a}}\right)$.

2. On suppose que dans cette question h_0=0.

a. Montrer que dans ce cas, $OP = \frac{v_0{}^2}{g}\sin 2\alpha$.

b. En déduire l'angle permettant une portée maximale pour une vitesse v_0 fixée.

C. Travail sur tableur

On suppose que h_0=2 m.

1. On souhaite obtenir une feuille de calcul comme ci-dessous, qui calcule la portée en fonction de l'angle de départ (en degré) et de la vitesse initiale (en m.s^{-1}).

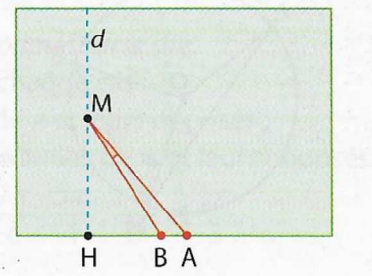
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	h_0 = 2								
2									
3	angle en	angle en	vitesse initiale v_0 en m.s^{-1}						
4	degrés	radians	20	21	22	23	24	25	26
5	30	0,5236	38,490	42,132	45,949	49,939	54,105	58,445	62,961
6	31	0,5411	39,069	42,780	46,669	50,736	54,981	59,405	64,007

   a. Dans la colonne A, à partir de A5, inscrire des mesures en degrés de 30 à 50 avec un pas de 1.
   b. Pour pouvoir utiliser les fonctions COS() et SIN() du tableur, l'angle doit être exprimé en radians. Quelle formule doit-on rentrer en B5 ? La recopier vers le bas.
   c. Dans la ligne 4, à partir de C4, inscrire les valeurs de v_0 de 20 à 30 avec un pas de 1.
   d. A l'aide du B.1.b, entrer en C5 la formule permettant d'obtenir la portée pour l'angle figurant en B5.
   e. Recopier cette formule vers la droite puis vers le bas.
2. a. Quel est l'angle en degrés (à 1 ° près) permettant d'obtenir une portée maximale pour v_0=25 m.s^{-1} ? Pour chacune des vitesses initiales du tableau ?
   b. Pour quelle vitesse v_0 obtient-on une portée équivalente à celle du lancer de Barbora Špotakovà ?
   c. Affiner votre étude en prenant des valeurs de v_0 de 26 à 28 avec un pas de 0.1. Proposer une vitesse initiale et un angle de départ qui permettent d'obtenir environ la longueur du lancer de Barbora Špotakovà.
   d. Proposer une combinaison qui aurait permis à une de ses concurrentes de la battre.

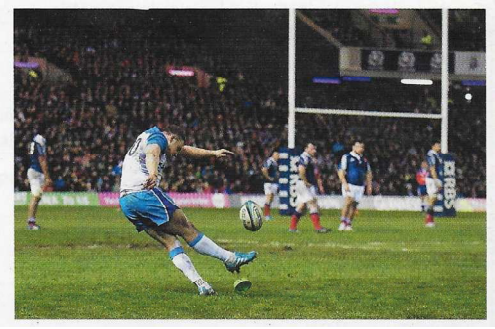
Exercice 4 : Angle de tir maximal au rugby

Chapitres 5 et 7: Trigonométrie, Produit scalaire

La figure ci-dessous représente un demi-terrain de rugby. A et B représentent les poteaux distants de 5.60 m. Un joueur a marqué un essai en H distant de 16.20 m de B. La règle veut qu'il place le ballon sur la droite *d* perpendiculaire à (AB) pour tirer son coup de pied de transformation qui doit passer entre les poteaux A et B.



Le but de l'exercice est de trouver la position du joueur représenté par le point M sur d pour que l'angle de tir $\widehat{AMB}$ *soit maximal.*



A. <u>Expérimentation</u>

Evaluer sur géogébra l'angle de tir maximum et la position du joueur.

B. <u>Avec une fonction</u>

On pose x=HM.

1. En utilisant un repère d'origine H, d'axe des abscisses (HB) et d'axe des ordonnées d, d'unité 1m, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ et montrer que $\cos\widehat{AMB}=\dfrac{x^2+21.8\times16.2}{\sqrt{\left(x^2+21.8^2\right)\left(x^2+16.2^2\right)}}$.
2. Tracer à la calculatrice la courbe de la fonction de la variable x donnant la valeur en degré de l'angle $\widehat{AMB}$.
3. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de l'angle de tir maximal et la position du joueur.

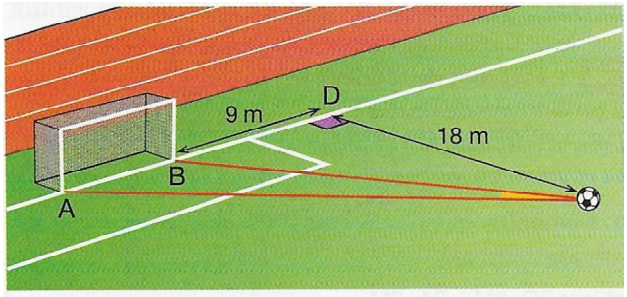
C. <u>Avec la géométrie</u>

Soit O le centre du cercle circonscrit au triangle AMB et I le milieu de [AB].

1. Montrer que O appartient à la médiatrice de [AB] et que OA ≥ IH.
2. Montrer que $\widehat{AMB}=\widehat{IOA}$ puis que $\sin\widehat{AMB}=\dfrac{AB}{2OA}$.
3. En déduire que $\widehat{AMB}$ est maximal quand OA=19 m . Conclure.

<u>Exercice 5</u> : <u>Angle de tir au football</u>

Chapitre 7bis : Applications du Produit scalaire



On note O la position du ballon. La largeur des buts est 7.32 m.

Donner une valeur arrondie au centième de l'angle de tir.

<u>Exercice 6</u> : <u>La légende du jeu d'échecs</u>

Chapitre 8 : Suites

De nombreuses légendes racontent l'invention du jeu d'échecs. L'une d'elle l'attribue à Sissa, sage oriental du Ve siècle après J-C. Comme récompense, celui-ci aurait demandé à son prince 1 grain de blé sur la première case de l'échiquier, 2 grains sur la 2e case, 4 grains sur la 3e case, etc, en doublant à chaque fois le nombre de grains de blé. Cette demande apparemment modeste, aurait été accordée… dans un premier temps seulement !

Pourquoi ?

<u>Données</u> : un grain de blé pèse en moyenne 40 mg. La production mondiale de blé en 2014-2015 : 733 millions de tonnes.